

Intelligence Artificielle Symbolique : Logiques \mathcal{L}_0 et \mathcal{L}_1

Julien SEINTURIER (<http://web.seinturier.fr/teaching/ai>)

1. Logique Propositionnelle

Exercice 1.1. Soit les propositions S (le soleil brille), P (il pleut), B (Il bruine), A (il y a un arc en ciel), O (Il y a du vent d'ouest) et E (il y a un vent d'est). Représenter par une formule de la logique propositionnelle \mathcal{L}_0 les énoncés suivants :

1. S'il pleut et que le soleil brille en même temps, alors il y a un arc en ciel ;
2. Si le vent d'ouest amène la pluie, on n'a jamais vu un vent d'est qui le fasse ;
3. La bruine est une forme de pluie.

Exercice 1.2. Représenter en logique propositionnelle les théorèmes de géométrie :

1. Si un triangle est équilatéral alors il est isocèle.
2. Un triangle rectangle n'est jamais équilatéral.
3. Un carré est à la fois un parallélogramme et un rectangle
4. Un losange n'est ni un quadrilatère rectangle ni un triangle.
5. Deux droites coplanaires sont soit sécantes, soit parallèles.
6. Deux droites ne peuvent être à la fois sécantes et parallèles.

Exercice 1.3. Formaliser en logique propositionnelle les propositions suivantes :

- Si Alice et Julie viennent à Paris, Zoé viendra aussi ;
- Si Julie vient à Paris, Alice aussi ;
- Julie ou Zoé, l'une des deux au moins, viendra à Paris.

Alice viendra-t-elle à Paris ? Même question pour Julie et pour Zoey.

Exercice 1.4. Montrer par la méthode des tableaux que :

$$((p \rightarrow r) \wedge (q \leftrightarrow s) \wedge (r \leftrightarrow q) \wedge p) \vDash s$$

Exercice 1.5. Prouver dans le système formel \mathcal{SF}_0 :

$$\vdash ((a \rightarrow b) \rightarrow ((b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow c)))$$

Exercice 1.6. Prouver dans le système formel \mathcal{SF}_0 :

$$\vdash (\neg a \rightarrow (a \rightarrow b))$$

Exercice 1.7. Lors de ses aventures au pays des merveilles rapportées par Lewis Carroll, Alice est souvent accompagnée par le chat de Cheshire. Ce félin énigmatique s'exprime sous la forme d'affirmations logiques qui sont toujours vraies.

Alice se trouve dans un corridor dont toutes les portes à sa taille sont fermées. La seule porte ouverte est nettement trop petite pour qu'elle puisse l'emprunter. Une étagère est fixée au-dessus de cette porte. Le chat dit alors à Alice : « L'un des flacons posés sur cette étagère contient un liquide qui te permettra de prendre une taille plus adéquate. Mais attention, les autres flacons peuvent contenir un poison fatal. »

Trois flacons sont effectivement posés sur l'étagère. Le premier est rouge, le second jaune, le troisième bleu. Une étiquette est collée sur chaque flacon. Alice lit l'inscription figurant sur chaque étiquette :

- Flacon rouge : le flacon jaune contient un poison ; le bleu n'en contient pas ;
- Flacon jaune : si le flacon rouge contient un poison, alors le bleu aussi ;
- Flacon bleu : pas de poison ici, mais au moins dans l'un des deux autres.

Soit R , J et B les variables propositionnelles correspondant au fait que les flacons rouge, jaune et bleu contiennent un poison et soit I_R , I_J et I_B les propositions correspondant aux inscriptions sur les flacons rouge, jaune et bleu.

Résoudre les questions suivantes en utilisant les propriétés de la logique propositionnelle :

1. Exprimez I_R , I_J et I_B sous la forme de formules dépendant de R , J et B .
2. Les inscriptions sur les trois flacons sont-elles compatibles ?
3. Dans le cas où aucun des trois flacons ne contient un poison, est-ce qu'une ou plusieurs inscriptions sont fausses ?
4. Si les trois inscriptions sont vraies, est-ce qu'un ou plusieurs flacons contiennent un poison ?
5. Si seuls les flacons ne contenant pas un poison ont une inscription vraie, est-ce qu'un ou plusieurs flacons ne contiennent pas un poison ?

2. Logique du premier Ordre (Calcul des Prédicats)

Exercice 2.1. Formaliser en logique du premier ordre les phrases suivantes :

1. Tous les hommes sont méchants.
2. Seulement les hommes sont méchants.
3. Il existe des hommes méchants.
4. Il existe un homme qui n'est pas méchant.
5. Il n'existe pas d'homme méchant.
6. Il existe un homme qui aime toutes les femmes.
7. Chaque chat connaît un chien qui le déteste.
8. Tous les poissons, sauf les requins, sont gentils avec les enfants.
9. Tous les oiseaux ne peuvent pas voler.
10. Chaque personne aime quelqu'un et personne n'aime tout le monde, ou bien quelqu'un aime tout le monde et quelqu'un n'aime personne.
11. Il y a des gens que l'on peut rouler tout le temps et quelquefois on peut rouler tout le monde, mais on ne peut pas rouler tout le monde à chaque fois.

Exercice 2.2. Formaliser en logique du premier ordre les phrases suivantes :

1. Toutes les personnes qui entrent en voiture dans la faculté doivent avoir une carte ou être accompagnées par un membre du personnel.
2. Certains étudiants entrent en voiture dans la faculté sans être accompagnés de personnes qui ne sont pas des étudiants.
3. Aucun étudiant n'a de carte.

Exercice 2.3. Formaliser en logique du premier ordre le texte suivant :

«*Une conjecture est un théorème qui ne peut être démontré par aucun mathématicien. Il existe des mathématiciens qui ne démontrent pas tous les théorèmes. Si un mathématicien démontre une conjecture alors il se trompe. Si quelqu'un démontre un théorème sans se tromper, alors ce n'est pas une conjecture.*»

Exercice 2.4. Formaliser en logique du premier ordre le texte suivant :

«*Toute personne possédant un PC et un modem peut utiliser Internet. Il existe des personnes connectées en réseau, qui ne peuvent pas utiliser Internet. Nul ne possède de modem s'il ne possède pas de PC. Tout utilisateur d'Internet est soit connecté à un réseau, soit possesseur d'un PC. Il n'est pas possible d'utiliser Internet sans posséder de PC.*»